



# MAT-20600 Diskreetti matematiikka

## Tentti 16.3.2009

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita konsepteihin DiMa, nimesi ja numerosi
- Piirrä pääkonseptiin nimen alle neljä neliötä vierekkäin  $a' 2 \times 2$ .

--	--	--	--

1. (a) Etsi sellaiset välillä  $[0, 1]$  olevat reaaliluvut  $x$ , että  $\lfloor e^x \rfloor = \lfloor e^{\lfloor x \rfloor} \rfloor$ .
- (b) Jos  $x_k = 5/3^k \cos(k\pi/2) + 2009$ , niin määritä  $\mathcal{Z}(\{x_k + 3x_{k-2}\})$ .

2. Etsi käänteismuunnos  $\mathcal{Z}^{-1}[Y(z)]$ , kun  $Y(z)$  on

$$\frac{1}{7z} + \frac{z}{4z^2 + 1} + \frac{z}{2(3z - 2)(5z - 1)} \cdot \frac{7z}{z - 1}$$

3. (a) Etsi kokonaislukuyhtälölle  $54x + 41y = 7$  sellaiset ratkaisut, että niiden itseisarvot ovat mahdollisimman pieniä.
- (b) Jos  $p$  ja  $q$  ovat erilliset alkuluvut, niin osoita, että

$$p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}.$$

4. (a) Paljonko on heksadesimaalijärjestelmässä  $(300)_{10} + (175)_8$ ?

- (b) Graafi  $G = (V, E)$ , missä  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_9\}$  ja

$$E = \{(v_1, v_4), (v_1, v_6), (v_2, v_3), (v_2, v_5), (v_2, v_7), (v_3, v_5), (v_4, v_8), (v_4, v_9), (v_5, v_8), (v_6, v_7)\}.$$

- i) Määritä  $d(v_5)$ . ii) Suorita leveysetsintä aloittaen pisteestä  $v_4$  graafille  $G$ . Esitä selkeästi etsinnän järjestys ja lopuksi BFS-puu havainnollisesti kuvana.

Käännä!