

MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 27.01.2009

Palauta vastauksesi luentoryhmäsi mukaiseen pinoon seuraavasti:

Vattulainen: 1. ja 2. periodi

Pirttimäki: 3. periodi, B, Ti, TL, Tle

Silvennoinen: 3. periodi, S, Au

73050 Tilastomatematiikka (vanha kurssi)

Silvennoinen (WW-kurssi)

Kurssin MAT-20500 tenttijä: ratkaise tehtävät 1-4,

vanhan kurssin Tilastomatematiikka tenttijä: ratkaise tehtävät 1-5.

Kaavakokoelma jaetaan, laskinta saa käyttää.

1. Valmistajan tuotteista kahdessa prosentissa on raaka-ainevirhe, yhdessä prosentissa valmistusvirhe ja kolmessa prosentissa pakkausvirhe. Millä todennäköisyydellä tarkastukseen tulevassa tuotteessa on
 - a) vähintään yksi virhe,
 - b) enintään kaksi virhettä?
 - c) Jos tuotteella on yksi virhe, millä todennäköisyydellä se on pakkausvirhe?
2. Verkkokaupan toimituksista on tilastojen mukaan asiakaspalautuksia keskimäärin 15 asiakkaalta kuukaudessa. Jos tilanne jatkuu keskimäärin ennallaan, millä todennäköisyydellä palautuksia tulee seuraavan kuukauden aikana korkeintaan 10?
3. Auton tuulettajan hihnan kestoikä on erään valmistajan testien mukaan normaalijakautunut parametrein $\mu = 105000$ km, $\sigma = 10000$ km. Monenko ajokilometrin jälkeen hihna kannattaa vaihtaa, jos halutaan vähintään 99.9 %:n varmuus, ettei hihna katkea ennen vaihtoa?
4. Kaksi myöhästelyyn taipuvaista henkilöä sopivat tapaamisesta klo 12. Oletetaan, että kumpikin saapuu toisistaan riippumatta satunnaisesti tasaisen jakauman mukaisesti aikojen 12:00 ja 13:00 välillä. Millä todennäköisyydellä aiemmin tullut joutuu odottamaan ainakin 10 minuuttia?
5.
 - a) Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ otettiin 14 riippumatonta havaintoa. Otoskeskiarvoksi saatiin 18.0 ja otosvarianssiksi 9. Määrää odotusarvon 95 % luottamusväli ja varianssin σ^2 90 % luottamusväli.
 - b) Leipomo leipoo ruisleipiä, joiden painon se sanoo olevan vähintään 500 g. Oletetaan, että paino noudattaa normaalijakaumaa. Punnitaan 25 ruisleipää (satunnaisesti valittu) ja saadaan otoskeskiarvoksi 490 g ja otosvarianssiksi 250 g^2 . Testaa 5 % riskitasolla nollahypoteesia $H_0: \mu \geq 500$, kun vaihtoehtoinen hypoteesi on $H_1: \mu < 500$.

MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta
kaavoja ja taulukoita, 2006

$$1. \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

$$2. \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$3. \quad P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i \cap A_j) + \sum_{i < j < k} P(A_i \cap A_j \cap A_k) - \dots + (-1)^{n+1} P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right)$$

$$4. \quad P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$5. \quad P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1)P(A_3 \mid A_1 \cap A_2) \dots P\left(A_n \mid \bigcap_{i=1}^{n-1} A_i\right)$$

$$6. \quad P(B_k \mid A) = \frac{P(B_k)P(A \mid B_k)}{\sum_{i=1}^n P(B_i)P(A \mid B_i)}$$

$$7. \quad \text{Riippumattomuus: } P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$8. \quad F(y) = P(x \leq y) = \int_{-\infty}^y f(t)dt$$

$$9. \quad E(x) = \sum_{x \in \Omega} xf(x) = \mu, \quad E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx = \mu$$

$$10. \quad \text{var}(x) = \sum_{x \in \Omega} (x - \mu)^2 f(x) = \sigma^2, \quad \text{var}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \sigma^2$$

$$11. \quad \text{var}(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$12. \quad D(x) = \sqrt{\text{var}(x)} = \sigma$$

$$13. \quad E(h(x)) = \sum_{x \in \Omega} h(x)f(x), \quad E(h(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)f(x) dx$$

$$14. \quad E(ax + b) = aE(x) + b, \quad \text{var}(ax + b) = a^2 \text{var}(x)$$

$$15. \quad P(|x - \mu| \geq t) \leq \frac{\sigma^2}{t^2}, \quad \forall t > 0$$

$$16. \quad \text{Bin}(n, p) : f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n, \\ E(x) = np, \quad \text{var}(x) = np(1-p)$$

$$17. \quad \text{Poi}(\lambda) : f(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, \quad E(x) = \lambda, \quad \text{var}(x) = \lambda$$

Jatkuu kääntöpuolella

