

MAT-10321 Insinöörimatematiikka A 2

Tentti 16.1.2009

$$A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$$

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä pääkonseptiin nimesi alle riviin 4 ruutua $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. Matriisit

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ ja } B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 6 \\ 3 & 7 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}.$$

Laske $B^T + 2008A$, AB , ja $(AB)^{-1}$.

2. Laske yhtälöryhmän

$$\begin{aligned} 3sx_1 - 2x_2 &= 4 \\ x_2 - 2x_3 &= 2 \\ -6x_1 + x_3 &= 1 \end{aligned}$$

kerroinmatriisin determinantti. Millä parametrin s arvoilla yhtälöryhmällä on täsmälleen yksi ratkaisu? Etsi ratkaisut soveltamalla Cramerin sääntöä.

3. Matriisin $A_{2 \times 2}$ ominaisvarauudet ovat

$$E_1 = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} \right\} \text{ ja } E_{-1} = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} \right\}.$$

Etsi matriisit A , A^{101} , A^{2008}

4. Jos vektoreiden $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ ja $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^3$ välinen kulma on θ , niin osoita, että kulma säilyy sellaisessa lineaarisessa kuvauksessa, jonka määrittelee ortogonaalinen matriisi Q ts. sanoen kulma kuvavektoreiden $Q\mathbf{x}$ ja $Q\mathbf{y}$ välillä on myös θ .

Tentissä saattaa olla apua seuraavista (tai sitten ei)

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{u}_i - \left(\frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_1}{\|\mathbf{v}_1\|^2} \mathbf{v}_1 + \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{v}_2\|^2} \mathbf{v}_2 + \dots + \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_{i-1}}{\|\mathbf{v}_{i-1}\|^2} \mathbf{v}_{i-1} \right)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b}$$