

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

# MAT-10331 Insinöörimatematiikka A 3

## Tentti 30.1.2009

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä konsepteihin nimesi alle 4 neliötä vierekkäin  $a^2 \times 2$  ruutua.

--	--	--	--

Tenttien vastaukset kerätään tarkastuksen vuoksi kahteen eri pinoon.

Tehtävien 1 ja 2 ratkaisut kirjoitetaan yhdelle konseptipaperille.

1. (a) Määritä raja-arvot

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{2x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(mx) - \cos(nx)}{x^2}.$$

- (b) Millä vakion  $a \in \mathbb{R}$  arvoilla funktioiden  $f : f(x) = e^{2x}$  ja  $g : g(x) = a\sqrt{x}$  kuvaajat sivuavat toisiaan yhdessä pisteessä? Mikä on kyseinen sivuamispiste?

2. (a) Määritä funktion  $f : f(x) = ar \sinh(x)$  derivaatta käyttäen käänteisfunktion derivointikaavaa.

- (b) Ratkaise yhtälö  $3 \sinh(x) = \cosh(x)$ .

Tehtävien 3 ja 4 ratkaisut kirjoitetaan toiselle konseptipaperille.

3. (a) Tiedetään, että  $r(1) = 2, r(4) = 7, r(14) = 27, r'(1) = 5, r'(4) = 3$ . Laske arvo

$$\int_1^4 x r''(x) dx.$$

- (b) Laske

$$\int \frac{1}{(x-a)(x-b)} dx, \quad a \neq b.$$

4. (a) Millä vakion  $c$  arvoilla

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{2}{c}\right)^k = 7?$$

- (b) Osoita, että potenssisarjan

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

suppenemisväli on  $\mathbb{R}$  ts. sarja suppenee aina riippumatta muuttujan  $x$  arvosta.

*Tentin arvostelu, harjoituspaketin hyväksyminen ja tiedot bonuspisteistä ilmestyvät ensin verkkosivuille. Vasta mahdollisten arvosanakorjausten jälkeen kokonaissuoritukset lähtevät opintorekisteriin.*