

MAT-13411 Laaja Matematiikka 1i
Tentti 10.10.2008 (Esko Turunen)

1. Todista täydellisellä induktiolla, että

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1),$$

kun n on luonnollinen luku.

2. Oletetaan tunnetuksi, että

1° jokainen rationaaliluku voidaan esittää muodossa $\frac{m}{n}$, missä korkeintaan toinen luvuista m, n on parillinen,

2° jos kokonaisluvun n neliö n^2 on parillinen, myös n on parillinen. Todista, ettei $\sqrt{2}$ ole rationaaliluku.

3. (a) Tutki Descartesin menetelmällä kuinka monta negatiivista ratkaisua on yhtälöllä $p(x) = 0$, kun

$$p(x) = x^5 - 3x^4 - 2 + 5x^3 - 5x^2 + 4x.$$

(b) Tutki polaarimuodon avulla, onko $1 + i$ kompleksinen ratkaisu.

4. (a) Mitä pitää vektoreista \mathbf{u} , \mathbf{v} ja \mathbf{w} otettaa, että yhtälö $\mathbf{u} \bullet (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \bullet \mathbf{w}$ olisi hyvin määritelty? Onko se silloin tosi?

(b) Olkoot kolmion A kärkipisteet $(1, 1, -1)$, $(-3, 2, -2)$ ja $(2, 2, -4)$. Onko kolmio on suorakulmainen?

5. Tarkastellaan suoraa ℓ , joka on vektorin $\mathbf{d} = (1, 1, -1)^T$ suuntainen ja kulkee pisteen $\mathbf{P} = (1, 0, 1)^T$ kautta. Olkoon tason \mathcal{T} yhtälö (a) $3x + 2y - z = 2$, (b) $4x - y + 5z = 0$, (c) $x + y + 2z = 3$. Onko suora ℓ tason \mathcal{T} kanssa yhdensuuntainen, kohtisuorassa tasoa vastaan vai ei kumpaakaan?

EI LASKIMIA - EI KIRJALLISUUTTA!