

Mat-10330 Insinöörimatematiikka X3
Tentti, 11.8.2008

Vastaa kaikkiin tehtäviin ja perustele vastuksesi. Ei laskinta, taulukoita tai kirjallisuutta.

1. (a) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^x - 1}.$$

- (b) Osoita derivaatan määritelmän avulla, että funktio $f(x) = |x - 1|$ ei ole derivoituva kohdassa $x = 1$

2. (a) Ratkaise yhtälö $\sinh(x) = 1 + \cosh^2(x)$

- (b) Ratkaise käänteisfunktion derivointisäännön avulla, mitä on $(f^{-1})'(4)$, kun $f(x) = x^3 + 1$.

3. (a) Laske integraali

$$\int x e^{-x} dx.$$

- (b) Laske integraalin

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$$

arvo tai osoita, että integraali hajaantuu.

4. (a) Etsi potenssisarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n}$$

suppenemissäde ja suppenemisväli.

- (b) Etsi funktion $f(x) = \sin(x)$ viidennen asteen Taylorin polynomi, jonka kehityskeskus on π .

Muutamia kaavoja:

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1, \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$$

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k, \quad R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x-a)^{n+1}$$