

Mat-10310 Insinöörimatematiikka X1

Tentti, 30.6.2008

Ei laskinta, muistiinpanoja tai muuta materiaalia. Vastaa kaikkiin kysymyksiin ja muista perustella vastauksesi. Merkitse kaikkiin vastauspapereihisi nimesi, opiskelijanumerosi ja koulutusohjelmasi.

- Tutki totuustaulun avulla, onko lause $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$ tautologia.
 - Olkoot A ja B joukkoja. Osoita, että $A \cap B^c \subset A \cup B$.
- Osoita määritelmän nojalla, että funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3$ on bijektio ja etsi sen käänteisfunktion lauseke $f^{-1}(x)$.
 - Ratkaise yhtälö $x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0$.
- Etsi pisteiden $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, -1, 1)$ ja $C = (1, -1, 2)$ kautta kulkevan tason \mathcal{P} yhtälö. Onko piste $(1, 2, 3)$ tasolla \mathcal{P} ?
 - Laske kompleksiluvun

$$z = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}}i$$

kaikki kuutiojuuret (kolmannet juuret) ja piirrä ne kompleksitasoon.

- Ratkaise lineaarinen yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x + 3y = -1 \\ -3x - 4y + z = 3 \end{cases}$$

Gaussin ja Jordanin eliminointimenetelmällä.

- Yhtälöryhmää ratkaistiin Gaussin eliminointimenetelmällä ja ryhmän laajennettu kerroinmatriisi saatiin ekvivalenttiin muotoon

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 0 \\ 0 & k & 1 \end{array} \right],$$

missä $k \in \mathbb{R}$ on vakio. Selvitä yhtälöryhmän ratkaisujen lukumäärä vakion k eri arvoilla.

Kurssikirjan kaavoja, joista saattaa olla hyötyä:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2v_3 - u_3v_2, u_3v_1 - u_1v_3, u_1v_2 - u_2v_1)$$

$$\text{proj}_{\mathbf{u}}(\mathbf{v}) = \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}} \mathbf{u} \quad \cos \theta = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|} \quad \mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{p}) = 0$$