

SGN-2500 Johdatus hahmontunnistukseen
Tentti 1 27.3.2008

Huomaa, että laskutehtävissä oikeat vastaukset ilman selitystä kuinka ne ollaan saatu tuottavat nolla pistettä, joten selitä miten laskit vastaukset! Muista myös määrittellä KAIKKI vastauksissa esiintyvät symbolit.

- Hahmontunnistusjärjestelmän perusrakenne. Esitä ja selitä viisi luentomonisteessa mainittua hahmontunnistusjärjestelmien perusvaihetta. (6p)
- Ajatellaan kolmen kategorian ja kolmen riippumattoman binäärisen pürteen luokitusongelmaa. Olkoot luokkien prioritodennäköisyydet $P(\omega_1) = P(\omega_2) = 0.4$ ja $P(\omega_3) = 0.2$. Merkitään $p_i = P(x_i = 1|\omega_1)$, $q_i = P(x_i = 1|\omega_2)$, $r_i = P(x_i = 1|\omega_3)$ kun $i = 1, 2, 3$. Luokkien tiheysfunktiot voit johtaa alla olevan taulukon avulla:

i	1	2	3
p_i	0.9	0.1	0.5
q_i	0.3	0.7	0.9
r_i	0.5	0.5	0.1

Luokita piirvektori $\mathbf{x} = [0.1, 1]^T$ perustuen Bayesin minimivirhepäätös-sääntöön.

- Määrittele k -n lähimmän naapurin (KNN) tiheysestimaatti $p_n(\mathbf{x})$ pisteessä \mathbf{x} kun i.s.d. opetusnäytteet $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$ ovat annetut. (3p)
 - Oletetaan, että meillä on sekoiteotannalla kerättyjä opetusnäytteitä c :sta luokasta. Merkitään luokasta ω_i tulevia opetusnäytteitä $\mathcal{D}_i = \{\mathbf{x}_{i_1}, \dots, \mathbf{x}_{i_{n_i}}\}$, $i = 1, \dots, c$, missä n_i on luokasta ω_i tulevien opetusnäytteiden määrä. Johda estimaatit luokkien posterior-todennäköisyyksille (a) kohdan tiheysestimaatin perusteella, ja määrittele KNN-luokitin. **Vinkki:** Aloita yhteis-todennäköisyydestä $p_n(\mathbf{x}, \omega_i)$. (3p)
- On annettu seuraavat harjoitusnäytteet:

$$\begin{aligned} \omega_1 &: (2, 1)^T & (1, 3)^T & (3, 1)^T \\ \omega_2 &: (-1, -2)^T & (-2, 4)^T & \end{aligned}$$

Tee tarvittavat modifikaatiot harjoitusnäytteisiin ja opeta lineaarinen luokitin käyttäen Perceptron algoritmia. Oleta, että oppimisvauhti $\eta = 1$ ja aloita jatketusta painovektorista $\mathbf{a}(0) = (1, 1, 1)^T$. Piirrä lopuksi tuloksena oleva päätöspinta koordinaatistoon yhdessä opetusnäytteiden kanssa. (6p)

- Selitä ohjatun ja ohjaamattoman oppimisen ero (2p).
 - Tarkastellaan ohjaamatonta oppimista k -means kriteerin avulla. Olkoon $\mathbf{x}_1 = (3, 5)^T$, $\mathbf{x}_2 = (2, 4)^T$, $\mathbf{x}_3 = (1, 0)^T$, $\mathbf{x}_4 = (5, 0)^T$, ja ajatellaan seuraavaa kolmea partitiota:
 - $\mathcal{D}_1 = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2\}$, $\mathcal{D}_2 = \{\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4\}$
 - $\mathcal{D}_1 = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_4\}$, $\mathcal{D}_2 = \{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3\}$
 - $\mathcal{D}_1 = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3\}$, $\mathcal{D}_2 = \{\mathbf{x}_4\}$

Laske k -means-kriteerin (eli nelösummakriteerin) arvot näille partitiioille. Mitä partitiota k -means kriteeri suosii? (4p)