

# MAT-20600 Diskreetti matematiikka

## Tentti 19.3.2008

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita konsepteihin DiMa, nimesi ja numerosi
- Piirrä pääkonseptiin nimen alle neljä neliötä vierekkäin  $a' 2 \times 2$ .

--	--	--	--

1. (a) Esitä signumfunktion arvot  $\text{signum}(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , määrittävä yksi lauseke käyttäen Heavisiden funktiota (siis ei paloittain määrittystä).
- (b) Osoita todeksi tai kumoa väite, että  $n = \lfloor \frac{n}{3} \rfloor + \lceil \frac{n}{3} \rceil + \lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor$ , kun  $n$  on kokonaisluku.

2. (a) Ratkaise kongruenssiyhtälö  $43x = 7 \pmod{51}$  ja sievennä vastauksesi.
- (b) Laske

$$1^p + 2^p + 3^p + \dots + p^p \pmod{p}, p \in \mathbb{P}.$$

3. (a) Etsi z-muunnos jonolle  $\{1/4^k - 7 \cos(k2\pi/3) - 6\delta_{k-2}\}$ .
- (b) Etsi käänteismuunnos  $\mathcal{Z}^{-1}\{Y(z)\}$ , kun  $Y(z)$  on

$$\frac{z^2 + 2z}{3z^2} + \frac{3z}{(6z + 1)(4z - 1)}.$$

4. (a) Muunna z-muunnoksien yhtälöksi muotoon  $Y(z) = H(z)X(z)$  differenssiyhtälö

$$2y_k - 3y_{k-1} + 4y_{k-2} = x_k + 5x_{k-1}, \text{ kun } x_k = 6k - 7.$$

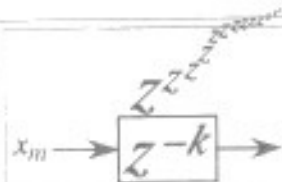
- (b) Graafin  $G = (V, E)$  vieruspistematriisi on  $n \times n$ -matriisi  $D$ , missä  $n$  on  $G$ :n pisteiden lukumäärä,  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  ja matriisin alkio

$$d_{ij} = \text{pisteitä } v_i \text{ ja } v_j \text{ yhdistävien viivojen lukumäärä.}$$

Tutki, onko graafi yhtenäinen suorittamalla syvyysetsintä aloittaen pisteestä  $v_5$  graafille, jonka vieruspistematriisi on

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Esitä selkeästi etsinnän järjestys ja lopuksi DFS-puu havainnollisesti kuvana.



# MAT-20600 Diskreetti matematiikka

## Kaavakokoelma tentissä 2008

Taulukko z-muunnoksista.

---

$x_k = ka^{k-1}$ , $a$ on vakio	$\frac{z}{(z-a)^2}$	$ z  >  a $
---------------------------------	---------------------	-------------

$x_k = \cos(k\omega T)$ , $\omega, T$ ovat vakioita	$\frac{z(z - \cos(\omega T))}{z^2 - 2z \cos(\omega T) + 1}$	$ z  > 1$
---	---	-----------

$x_k = \sin(k\omega T)$ , $\omega, T$ ovat vakioita	$\frac{z \sin(\omega T)}{z^2 - 2z \cos(\omega T) + 1}$	$ z  > 1$
---	--	-----------

---

Ominaisuudet:

1.  $\mathcal{Z}(\{x_{k-k_0}\}) = \frac{1}{z^{k_0}} \mathcal{Z}(\{x_k\})$

2.  $\mathcal{Z}(\{x_{k+k_0}\}) = z^{k_0} X(z) - \sum_{p=0}^{k_0-1} x_p z^{k_0-p}$

3.  $\mathcal{Z}(\{a^k x_k\}) = X(z/a)$

4.  $\mathcal{Z}(\{k^n x_k\}) = (-z \frac{d}{dz})^n X(z)$

5.  $\mathcal{Z}(\{(x * y)_k\}) = \mathcal{Z}\left(\left\{\sum_{p=0}^k x_p y_{k-p}\right\}\right) = X(z)Y(z)$