

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä pääkonseptiin nimesi alle 4 neliötä vierekkäin $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. (a) Käytössäsi on tieto, että

$$1 + x \leq e^x \leq (1 - x)^{-1}, |x| < 1.$$

Määritä sitä käyttäen raja-arvot (jos ne ovat olemassa)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{x}, \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x - 1}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$$

l'Hospitalin sääntöä ei tehtävässä hyväksytä.

- (b) Määritä funktion $f : f(t) = e^t$ derivaatta erotusosamäärän raja-arvona.

2. (a) Määritä funktion $f : f(t) = \ln(t)$ derivaatta perusteellisesti käyttäen käänteisfunktion derivointikaavaa.

- (b) Ratkaise yhtälö $\sinh^2(x) + 3 \cosh^2(x) = 3$ ja sievennä tulos.

3. (a) Muunna integraali $\int_1^{\sqrt{e}} x^2 \sqrt{\ln(x)} dx$ toiseksi tekemällä siihen sijoitus $t = \ln(x)$. (Arvoa ei kysytä.)

- (b) Laske

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x(x+1)} dx.$$

4. Millä muuttujan x arvoilla potenssisarja $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4^k}{k} \left(x + \frac{1}{4}\right)^k$ suppenee? Määritä suppenemissäde ja suppenemisväli.