

$$e^{j\pi} + 1 = 0$$

MAT-10311 Insinöörimatematiikka A 1

Tentti 11.2.2008

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä pääkonseptiin nimesi alle riviin 4 ruutua $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

-Muista tentissä aina perustella vastauksesi. Arvaus ei osoita osaamista.

1. a) Olkoon $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{-1\} \cup A$ ja $p(x, y)$ on lausuma ” $y = x + 1$ ”. Tutki seuraavien lauseiden totuusarvot

1. $\exists y \in B, \forall x \in A : p(x, y)$.
2. $\forall x \in A, \exists y \in B : p(x, y)$.
3. $\forall y \in B, \exists x \in A : p(x, y)$.

- b) Mikä on väite, jonka osoittamalla todeksi, todistat, että väite

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 : |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$$

on epätosi. Sievennä esittämäsi väite poistamalla kaikki negatiot.

2. a) Sievennä seuraavat luvut $z_1 = 6 - 8j + j^5$, $z_2 = \frac{1 + 2j}{3 - 4j}$.

- b) Sievennä luku $ce^{j\theta} + \bar{c}e^{-j\theta}$ kun $c = 1 + 2j$ ja $\theta = \pi/6$.

- c) Ratkaise yhtälö $|z| + \operatorname{Re}(z) + z = \frac{1}{2} + 2j$.

3. a) Sievennä $\sin(\arcsin(2/3)) + \sin(\arcsin(7)) + \sin(\arccos(2/3))$.

- b) Vektorit $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$. Jos $\|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|^2 = 4$ ja $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = -1$, niin mitä on $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|^2$? Mitä päättelet tuloksesta?

4. Mikä on systeemin

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_3 - x_4 &= 3 \\2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 7 \\x_2 - x_3 + x_4 &= 2\end{aligned}$$

kokonaismatriisi? Muunna kokonaismatriisi elementaarisilla vaakarivimuunnoksilla redusoituun rivi-porrasmuotoon ja anna systeemin kaikki ratkaisut vektorimuodossa.