

**Tentti:** Ratkaise kaikki kuusi tehtävää. Perustelee välivaiheet huolellisesti.

**Välitenttin korotus:** Ilmoita henkilötietojesi jälkeen selkeästi, minkä välitenttin haluat korottaa. Jos teet myös tentin, niin ilmoita sekin, esim. Välikoe 1 ja tentti.

1. Välitentti: Ratkaise tehtävät 1 ja 2,
2. Välitentti: Ratkaise tehtävät 3 ja 4,
3. Välitentti: Ratkaise tehtävät 5 ja 6.

1. Todista:

$$\lceil x \rceil = \lfloor x \rfloor \text{ jos ja vain jos } x \in \mathbb{Z}.$$

2. Määritellään funktio  $g : \mathbb{N}_6 \rightarrow \mathbb{N}_6$ ,  $g(x) = 2x \bmod 6$ . Määrää on joukon  $\{0, 1, 4\}$  alkukuva, joukon  $\{1, 2, 5\}$  kuvajoukko ja  $g$ :n arvojoukko.

3. Todista, että  $n^k$  on  $o(2^n)$ , kaikille vakioille  $k \in \mathbb{N}$ .

4. Anna rekursiivinen määritelmä funktiolle, joka laskee listan pituuden.

5. Olkoon  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(n) = \lceil \sqrt{n} \rceil$  ja  $R \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  relaatio:

$$mRn \text{ joss } f(m) = f(n).$$

Osoita, että  $R$  on ekvivalenssirelaatio. Muodosta  $R$ :n määräämä joukon  $\mathbb{N}$  jako.

6. Todista propositiologiikan keinoin (ei totuustaululla), että

$$\left( (U \rightarrow R) \wedge ((R \wedge S) \rightarrow (P \vee T)) \wedge (Q \rightarrow (U \wedge S)) \wedge \neg T \right) \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

on pätevä teoria.